Мавзӯъи 7. Тасвири геометрӣ ва шакли тригонометрии адади комплексӣ

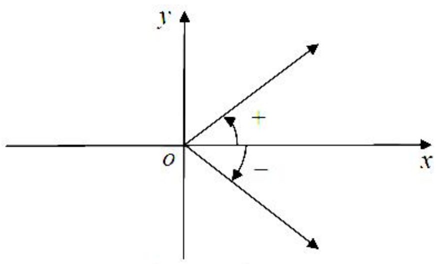
Адади ҳақиқии ғайриманфии $\sqrt{a^2+b^2}=r$ – ро модули адади комплексии $\alpha=a+bi$ меноманд (Рас. 3). Модули адади α - ро бо $|\alpha|$ ҳам ишора менамоянд, яъне $r=|\alpha|=\sqrt{a^2+b^2}$. ҳар як адади комплексии $\alpha\neq 0$ – ро боз чунин навиштан мумкин аст:

$$\alpha=a+bi=\sqrt{a^2+b^2}\cdot\left(\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}}+i\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)=r\left(\frac{a}{r}+i\frac{b}{r}\right)=r(\cos\varphi+i\sin\varphi),$$

дар ин ҷо $\frac{a}{r}=\cos\varphi$ ва $\frac{b}{r}=\sin\varphi$ мебошад (ниг. Рас. 3).

Кунҷи φ – ро аргументи адади α номида ва бо $\arg\alpha=\varphi$ ишора менамоянд.

Ифодаи $r(\cos\varphi+i\sin\varphi)=\alpha$ – ро шакли тригонометрии адади комплексии α меноманд. ҳар як адади комплексӣ (ғайр аз адади нол) дорои аргумент мебошад. Аргумент φ аз рӯи формулаи $tg\,\varphi=\frac{b}{a}$ муайян карда мешавад. Аргументи мусбати ҳар як адади комплексӣ аз нимтири мусбати ҳақиқӣ сар карда ба муқобили ақрабаки соат ва аргументи манфиаш бошад, ба равиши он ақрабак ҳисоб карда мешавад (Рас. 4).



Расми 4

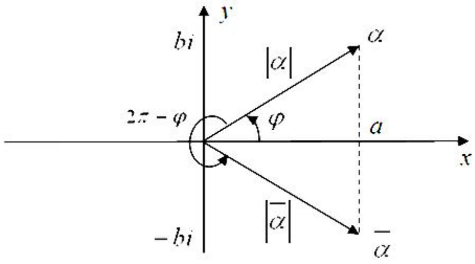
Аргументи он ададҳое, ки бо нуқтаҳои нимтири мусбати ҳақиқӣ тасвир меёбанд, ба нол баробаранд. Яъне $\arg(a+0\cdot i)=0$, агар $a>0$ бошад. Айнан ҳамин тариқ $\arg(a+0\cdot i)=\pi$, агар $a<0$ бошад.

Аргументи адади комплексие, ки бо нуқтаи тири мавҳум тасвир меёбад, ба

$$\arg(0+bi)=\begin{cases}\frac{\pi}{2}, & \text{агар } b>0;\\ \frac{3\pi}{2}, & \text{агар } b<0\end{cases}$$

Фақат ягона адади комплесии нол $\alpha=0+0\cdot i=0$ дорои аргумент набуда ва модулаш $|0+0\cdot i|=0$ мебошад. ҳар як адади дигари $\alpha\neq 0$ ҳам дорои аргумент ва дорои модул $|\alpha|>0$ мебошад.

Барои ададҳои ҳамроҳшуда $|\alpha| = |\overline{\alpha}|$ ва $\arg\alpha = 2\pi - \arg\overline{\alpha}$ мебошад (Рас. 5).

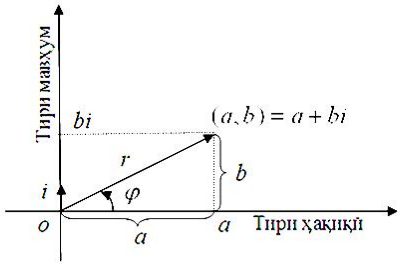


Расми 5

Пеш аз он ки адади комплексӣ дар шакли тригонометриаш навишта шавад, бояд ки модул ва аргументи он муайян карда шавад.

ҳар як адади комплексии $\alpha \neq 0$ – ро ба шакли тригонометрӣ овардан мумкин аст.

Аз нуқтаи назари геометрия адади комплексӣ $\alpha = a + bi$ нуқтаеро дар ҳамворӣ ифода менамояд (Рас. 3) :



Расми 3

Воҳиди мавҳум i дар ҳамвории комплексӣ бо нуқтаи (0; 1) тасвир мешавад.

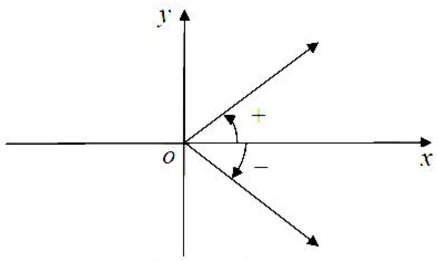
Адади ҳақиқии ғайриманфии $\sqrt{a^2 + b^2} = r$ – ро модули адади комплексии $\alpha = a + bi$ меноманд (Рас. 3). Модули адади α - ро бо $|\alpha|$ ҳам ишора менамоянд, яъне $r = |\alpha| = \sqrt{a^2 + b^2}$. ҳар як адади комплексии $\alpha \neq 0$ – ро боз чунин навиштан мумкин аст:

$$\alpha = a + bi = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \left(\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} + i \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) = r\left(\frac{a}{r} + i\frac{b}{r} \right) = r(\cos\varphi + i\sin\varphi),$$

дар ин ҷо $\frac{a}{r} = \cos\varphi$ ва $\frac{b}{r} = \sin\varphi$ мебошад (ниг. Рас. 3).

Кунҷи φ – ро аргументи адади α номида ва бо $\arg\alpha = \varphi$ ишора менамоянд.

Ифодаи $r(\cos\varphi + i\sin\varphi) = \alpha$ – ро шакли тригонометрии адади комплексии α меноманд. ҳар як адади комплексӣ (ғайр аз адади нол) дорои аргумент мебошад. Аргумент φ аз рӯи формулаи $tg\varphi = \frac{b}{a}$ муайян карда мешавад. Аргументи мусбати ҳар як адади комплексӣ аз нимтири мусбати ҳақиқӣ сар карда ба муқобили ақрабаки соат ва аргументи манфиаш бошад, ба равиши он ақрабак ҳисоб карда мешавад (Рас. 4).



Расми 4

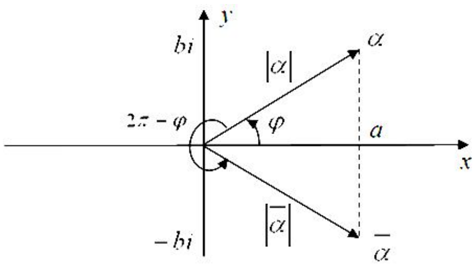
Аргументи он ададҳое, ки бо нуқтаҳои нимтири мусбати ҳақиқӣ тасвир меёбанд, ба нол баробаранд. Яъне $\arg(a+0\cdot i)=0$, агар $a>0$ бошад. Айнан ҳамин тариқ $\arg(a+0\cdot i)=\pi$, агар $a<0$ бошад.

Аргументи адади комплексие, ки бо нуқтаи тири мавҳум тасвир меёбад, ба

$$\arg(0+bi)=\begin{cases}\dfrac{\pi}{2}, & \text{агар } b>0;\\ \dfrac{3\pi}{2}, & \text{агар } b<0\end{cases}$$

Фақат ягона адади комплесии нол $\alpha=0+0\cdot i=0$ дорои аргумент набуда ва модулаш $|0+0\cdot i|=0$ мебошад. ҳар як адади дигари $\alpha\neq 0$ ҳам дорои аргумент ва дорои модул $|\alpha|>0$ мебошад.

Барои ададҳои ҳамроҳшуда $|\alpha|=|\overline{\alpha}|$ ва $\arg\alpha=2\pi-\arg\overline{\alpha}$ мебошад (Рас. 5).



Расми 5

Пеш аз он ки адади комплексӣ дар шакли тригонометриаш навишта шавад, бояд ки модул ва аргументи он муайян карда шавад.