. Маҷмӯъ. Зермаҷмӯъ. Амалҳо бо маҷмӯъҳо.
Хосиятҳои амалҳо бо маҷмӯъҳо.

«Маҷмӯъ» мафҳуми асоси (фундаментали) – и математика мебошад. Ин мафҳум то ҳол таърифи аксиоматикӣ надорад ва фаҳмиши ибтидоиро дар бораи он фақат бо ёрии мисолҳои конкретию, «таърифҳои» шарҳдиҳанда ҳосил намудан мумкин аст. Масалан, ҳар як шахс ҳатто аз муҳити атрофи худ бисёр мисолҳои «маҷмӯъ» - ро номбар карда метавонад.

Объектҳое, ки маҷмӯъро ташкил медиҳанд, элементҳои он маҷмӯъ номида мешаванд.

Маҷмӯъҳо охирнок (ҳамаи одамон, ҳамаи баргҳои дарахтони ягон боғ ва ҳ.) ва беохир (ҳамаи ададҳои натуралӣ, ҳамаи нуқтаҳои ягон ҳамворӣ ва ҳ.) шуда метавонанд.

ҳар як маҷмӯъ бо ягон хосияти муштараки элементҳояш ё бо иҷрошудани талаботе (шартҳое), ки онро ҳар як элементаш бояд қаноат намояд, дода мешавад. Масалан, маҷмӯи ададҳои натуралӣ бо он муайян карда мешавад, ки ҳар як элементи он хосияти «натуралӣ будан» - ро доро мебошад; маҷмӯи ададҳои ҷуфт бо он муайян мегардад, ки ҳар як аз онҳо ба 2 каратнок аст. Ин тавр мисолҳоро бисёр овардан мумкин аст. ҳар як маҷмӯъ *М* – ро, ки дар асоси иҷрои ягон шарти *Р(ҷ)* муайян мешавад, чунин менависанд : $M = \{x / P(x)\}$, $P(x)$ – предикат мебошад. Яъне, *М* – маҷмӯи ҳамаи он объектҳо *ҷ*, ки ҳар як аз онҳо шарти *Р(ҷ)* – ро қаноат менамояд (предикати *Р(ҷ)* баёни ҳақ бошад). Масалан, маҷмӯи нуқтаҳои $(x,\ y)$ давраи воҳидиро чунин навиштан мумкин аст: $M = \{(x,\ y) / x^2 + y^2 = 1\}$.

Маҷмӯи B – ро таҳтмаҷмӯи A меноманд, агар ҳар як элементи он элементи маҷмӯи A ҳам бошад. Мисол, маҷмӯи ададҳои ҳақиқӣ таҳтмаҷмӯи ададҳои комплексӣ мебошад. Таҳтмаҷмӯъро чунин менависанд: $B \subseteq A$.

Маҷмӯи холӣ Ø (маҷмӯе, ки элемент надорад) таҳтмаҷмӯи ҳар гуна маҷмӯъ шуда метавонад. Бо ин «маҷмӯъ» дар ҷараёни ин ё он муҳокимарониҳо набудани объектро ифода менамоянд. Масалан, решаҳои ҳақиқии муодилаи $x^2 + x + 1 = 0$ маҷмӯи холиро ташкил медиҳанд (лекин дар соҳаи ададҳои комплексӣ ин маҷмӯъ холӣ нест).

ҳар як маҷмӯъ A худаш ба худаш таҳтмаҷмӯъ мебошад.

Маҷмӯи холӣ Ø ва худи маҷмӯъ A – ро таҳтмаҷмӯъҳои ғайрихоси маҷмӯи A меноманд. Дигар таҳтмаҷмӯъҳои Ø ва A фарқкунандаро таҳтмаҷмӯъҳои хоси маҷмӯи A меноманд. Агар B таҳтмаҷмӯи хоси A бошад, он гоҳ: $\emptyset \subset B \subset A$.

Ду маҷмӯъро дар он ҳолат ва фақат дар он ҳолат баробар мегӯянд, агар ҳар як элементи яке он маҷмӯъҳо элементи дигараш низ бошад.

Суммаи ду маҷмӯъҳои A ва B гуфта маҷмӯъеро меноманд, ки ҳар як элементи он ақаллан яке аз он маҷмӯъҳои додашуда (A ва B) мебошад. Сумма (якҷояшави) – и ду маҷмӯъро чунин менависанд: $A \cup B = \{x / x \in A \ \vee \ x \in B\}$.

<u>Мисол</u>. $A \cup B = \{a, b, c, d\} \cup \{a, b, f\} = \{a, b, c, d, f\}$.

Буриши маҷмӯъҳо A ва B гуфта, маҷмӯи элементҳои мутаалиқи ҳам A ва ҳам B – ро меноманд: $A \cap B = \{x / x \in A \ \wedge \ x \in B\}$.

<u>Мисол</u>. $A \cap B = \{a, b, c, d\} \cap \{a, b, f\} = \{a, b\}$.

Агар маҷмӯъҳои додашуда A ва B элементи муштарак надошта бошанд, он гоҳ: $A \cap B = \varnothing$.

Айнан ҳамин тавр сумма ва буриши бисёр маҷмӯъҳоро низ муайян кардан мумкин аст.

Агар $B \subseteq A$ бошад, он гоҳ $A \cup B = A$ ва $A \cap B = B$.

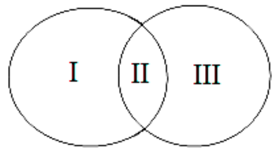
<u>Мисол</u>. Агар $A = \{x / x \leq 3\}$ ва $B = \{x / -7 \leq x < 2\}$ бошад, он гоҳ $A \cup B = \{x / x \leq 3\} = A$ ва $A \cap B = \{x / -7 \leq x < 2\} = B$.

Фарқи маҷмӯъҳои A ва B гуфта, маҷмӯи он элементҳои A – ро ки ба B таалуқ надоранд, меноманд. Яъне,

$$A / B = \{x / x \in A \ \wedge \ x \notin B\}.$$

Агар элементҳои маҷмӯъҳои A ва B - ро ҳамчун нуқтаҳои доираҳо тасаввур намоем (Рас. 15), он гоҳ натиҷаҳои амалҳо бо маҷмӯъҳо схемавӣ чунин тасвир меёбанд:

$A \cup B$ соҳаҳои I, II, III;
$A \cap B$ соҳаи II ;
$A \setminus B$ соҳаи I ;
$B \setminus A$ соҳаи III;



Расми 15

Якҷояшавӣ, буриш ва фарқи маҷмӯъҳоро баъзан мувофиқан ҷамъ, зарб ва тарҳи маҷмӯъҳо низ меноманд.

Акнун, баъзе хосиятҳои ин амалҳоро номбар менамоем:

1. $A \cup B = B \cup A$; 2. $A \cap B = B \cap A$;
3. $A \cup \varnothing = A$; 4. $A \cap \varnothing = \varnothing$;
5. $A \cup A = A$; 6. $A \cap A = A$;
7. $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$; 8. $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$;

9. $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cup (A \cup C)$;

10. $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$;

11. $A \setminus (B \cup C) = A \setminus B \cap A \setminus C$;

12. $A \setminus (B \cap C) = A \setminus B \cup A \setminus C$;