Лексия 4. Муодилаи тағйирёбандаҳояш ҷудошуда

Муодилае, ки дар он коэффисиенти назди dx функсияи фақат тағйирёбандаи x ва коэффисиенти назди dy функсияи фақат y бошад, муодилаи тағйирёбандаҳояш ҷудошуда номида мешавад.

Намуди умумии муодилаи тағйирёбандаҳояш ҷудошуда чунин аст:

$$P(x)dx + Q(y)dy = 0, \tag{1}$$

Интеграли умумии муодилаи (1) намуди зеринро дорад:

$$\int P(x)dx + \int Q(y)dy = C$$

ки ин ҷо C доимии ихтиёрӣ мебошад, яъне барои ёфтани интеграли умумӣ аз ҳар як аъзои муодила нисбат ба тағйирёбандаи мувофиқ интеграли номуайян гирифтан мумкин аст.

Мисоли 1. Муодилаи зеринро ҳал кунед.

$$(1 + x)dx + ydy = 0.$$

Ҳал. Мувофиқи қоидаи баёншуда амал карда ҳосил мекунем.

$$\int (1 + x)dx + \int ydy = C.$$

Аз ин ҷо

$$x + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = C$$

Ҳар ду қисми баробариро ба 2 зарб намуда, 2C -ро чун доимии ихтиёрӣ бо C_1 ишора мекунем. Он гоҳ, баробарии охирин намуди зерин мегирад:

$$x^2 + y^2 + 2x = C_1$$

Ё индекси 1-ро партофта (минбаъд ҳама вақт чунин рафтор мекунем) интеграли умумии муодилаи додашударо дар чунин намуд менависем.

$$x^2 + y^2 + 2x = C$$

Мисоли 1. Муодиларо ҳал кунед.

$$x\sqrt{1 - x^2}dx + y(1 - y^2)dy = 0$$

Ҳал. Ҳар ду тарафи муодиларо меинтегронем.

$$\int x\sqrt{1-x^2}dx + \int y(1-y^2)dy = C.$$

Аз ин ҷо

$$-\frac{1}{2}\int \sqrt{1-x^2}d(1-x^2) - \frac{1}{2}\int (1-y^2)d(1-y^2) = C,$$

$$-\frac{1}{2}\frac{(1-x^2)^{3/2}}{3/2} - \frac{1}{2}\frac{(1-y^2)^2}{2} = C,$$

$$-\frac{1}{3}(1-x^2)^{3/2} - \frac{1}{4}(1-y^2) = C,$$

$$-4\sqrt{(1-x^2)^3} - 3(1-y^2) = C_1.$$

яъне интеграли умумии муодилаи додашударо чунин тасвир кардан мумкин аст:

$$-4\sqrt{(1-x^2)^3} - 3(1-y^2) = C$$

Мисолҳо барои кори мустақилона

Муодилаҳои дифференсиалии зеринро интегронед.

4.1. $\frac{x^2}{1+x^3}dx - \frac{y}{1+y^2}dy = 0.$ 4.2. $\frac{dy}{y} - \frac{2x}{1+x^2}dx = 0.$ 4.3. $xdx = (1-t)dt$

4.4. $\frac{\sqrt{lnx}}{x}dx = \frac{arcsiny}{\sqrt{1-y^2}}dy; \quad y(1) = 0.$ 4.5. $\frac{3e^x dx}{2-e^x} + \frac{sec^2 y dy}{tgy} = 0.$ 4.6. $\frac{dy}{ylny} = \frac{dx}{sinx}$

4.7.$\frac{xdx}{x+1} + \frac{dy}{y} = 0,$ 4.8. $e^{-s}ds = 10^z dz,$ 4.9. $\frac{dy}{\sqrt[3]{y^2}} = dx$